



KONKURS MATEMATYCZNY GAMMA DLA KLAS PIERWSZYCH 2002/2003



ETAP I – zadania konkursowe

Zadanie 1.

Znaleźć wszystkie liczby naturalne podzielne przez 8, których suma cyfr w układzie dziesiętnym wynosi 7 i iloczyn ich cyfr jest równy 6.

Zadanie 2.

Bank Champion stosuje kapitalizację kwartalną, złożoną przy rocznej stopie procentowej 20 procent. Bank zamierza przejść na kapitalizację półroczną. Jak bank powinien zmienić roczną stopę procentową, aby zachować tę samą atrakcyjność oprocentowania?

Zadanie 3.

W czterech rogach stawu w kształcie kwadratu rosną drzewa. Jak powiększyć dwukrotnie powierzchnię stawu nie zmieniając jego kształtu i nie wycinając drzew? (wykonaj pomocniczy rysunek)

Zadanie 4.

Wykazać, że dla każdej liczby naturalnej nieparzystej $n > 1$ liczba $n^{12} - n^8 - n^4 + 1$ jest podzielna przez 512.

Zadanie 5.

Trzy zespoły robotników mają zanitować przęsło mostu. Pierwszy zespół wykonałby taką pracę sam w ciągu 12 dni, drugi zespół w ciągu 15 dni, a trzeci zespół w ciągu 8 dni. W ciągu jakiego czasu zanitują to przęsło trzy zespoły pracując jednocześnie?

Zadanie 6.

Przez środek wysokości trójkąta równobocznego poprowadzono prostą równoległą do jednego z boków. Obliczyć stosunek pól figur, na jakie ta prosta podzieliła trójkąt. Rozważyć dwa przypadki.

Zadanie 7.

Na szczycie drzewa 60-łokciowej wysokości siedzi mysz; przy pniu na ziemi siedzi kot. Mysz złazi co dzień o $\frac{1}{2}$ łokcia w dół, a co noc o $\frac{1}{6}$ łokcia włązi z powrotem do góry. Kot wspina się w ciągu dnia o 1 łokieć w górę, a w ciągu każdej nocy złazi o $\frac{1}{4}$ łokcia w dół. Drzewo rośnie tak, że każdego dnia jest o $\frac{1}{4}$ łokcia wyższe, w ciągu nocy zaś kurczy się

w swej wysokości o $\frac{1}{8}$ łokcia. Kiedy dojdzie kot do myszy i jak wysokie będzie wówczas drzewo?

Zadanie 8.

Soczewka skupiająca ma ogniskową $f = 10\text{cm}$. Jeśli obiekt znajduje się w odległości p od soczewki, to jego obraz tworzy się w odległości q od niej w zależności $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$. Jaka powinna być odległość obiektu od soczewki, aby odległość jego obrazu była większa od 24cm?

Zadanie 9.

Pewne przejście graniczne jest czynne od godz. 7⁰⁰ rano do 22⁰⁰ wieczorem. Przejście to obsługują dwie zmiany pracowników. Pierwsza zmiana pracuje w godzinach 7⁰⁰ – 15⁰⁰, a druga zmiana w godzinach 14⁰⁰ – 22⁰⁰. Na każdej zmianie obsługuje się po 30 samochodów na godzinę przy czym wiadomo, że każdej zmianie przysługuje 30 minutowa przerwa, w czasie której przejście jest zamknięte. Pierwsza zmiana zaczyna przerwę o 10³⁰, a druga zmiana o 18⁰⁰. Między 7⁰⁰ a 8⁰⁰ na przejściu granicznym pojawia się samochód co 2-3 minuty, a między 8⁰⁰ a 9⁰⁰ co minutę. Między 9⁰⁰ a 12⁰⁰ samochody pojawiają się z częstotliwością 20 samochodów na godzinę, między 12⁰⁰ a 15⁰⁰ – 40 samochodów na godzinę, między 15⁰⁰ a 19⁰⁰ – 30 samochodów na godzinę, a między 19⁰⁰ a 21⁰⁰ nowy samochód podjeżdża średnio co 6 minut. Po godzinie 21⁰⁰ do przejścia granicznego samochody już nie przyjeżdżają.

- Przedstaw graficznie długość kolejki samochodów oczekujących na odprawę celną na tym przejściu granicznym.
- Ile samochodów maksymalnie może dziennie być odprawionych na tym przejściu granicznym?
- W jakich porach dnia jest najkorzystniej pojawić się na przejściu granicznym?
- O której godzinie, między 9⁰⁰ a 14⁰⁰, należy pojawić się na przejściu granicznym, aby czekać na odprawę najkrócej?
- O której godzinie ma podjechać pani Anna, aby przekroczyć granicę o godzinie 16⁰⁰?
- Pan Marcin pojawił się na granicy o godzinie 10⁰⁰. O której godzinie doczeka się na odprawę?

Zadanie 10.

Państwo Nowakowie skorzystali z możliwości wspólnego wypełnienia rocznego zeznania podatkowego PIT za rok 2001. W rubryce „Przychód” wpisali: 46219 zł, a w rubryce „Koszty uzyskania przychodów”: 19806 zł. Składki na ubezpieczenie społeczne wyniosły 1603 zł. Następnie obliczyli podatek wg wzoru: „19 procent dochodu pomniejszonego o składki na ubezpieczenie społeczne i kwotę wolną od podatku w wysokości 395 zł miesięcznie”. Od podatku odliczyli składkę na ubezpieczenie zdrowotne w wysokości 522 zł. Pracodawca zapłacił w ciągu roku 3943 zł podatku dochodowego. Państwo Nowakowie spodziewają się więc zwrotu nadpłaconego podatku. Ile ten zwrot wyniesie?