

# 7 KONKURS MATEMATYCZNY G A M M A

DLA KLAS PIERWSZYCH I DRUGICH

2006/2007

FINAL

28 lutego 2007r. godz. 10<sup>00</sup>

## KLASY PIERWSZE

### INSTRUKCJA

1. Za każde z 5 zadań możesz otrzymać od 0 do 10 punktów. Liczba przyznanych punktów zależy od poprawności, pomysłowości i prostoty rozwiązania, a także czytelności i estetyki.
2. Możesz używać kalkulatora, niedozwolone jest korzystanie z telefonu komórkowego.
3. Czytaj uważnie wszystkie zadania. Nie śpiesz się.
4. Na rozwiązanie zadań masz 120 minut.

*Powodzenia*

#### Zadanie 1.

Oblicz wartość ułamka  $\frac{423134 \cdot 846267 - 423133}{423133 \cdot 846267 + 423134}$ .

#### Zadanie 2.

Na brzegu jeziora w kształcie koła znajdują się cztery przystanie: K, L, P, Q (czytane przeciwnie do ruchu wskazówek zegara). Z przystani K wypływa kajak kierując się do przystani Q, a z przystani L w tym samym momencie wypływa łódka kierując się do przystani P. Wiadomo, że gdyby zachowując swe prędkości, kajak popłynął w kierunku przystani P, a łódka w kierunku przystani Q, to doszłoby do zderzenia. Udowodnij, że kajak i łódka dobiegą do celu w tym samym czasie.

#### Zadanie 3.

W klasie pierwszej jest nie więcej niż 50 uczniów. Z klasówki  $\frac{1}{7}$  otrzymała piątkę,  $\frac{1}{3}$  czwórkę i połowa trójkę. Pozostali uczniowie otrzymali ocenę dopuszczającą. Ilu ich było?

#### Zadanie 4.

Dwóch robotników pracujących razem wykonało pracę w ciągu 6 dni. Pracodawca wie, że czas wykonania 40 % całej pracy przez pierwszego robotnika jest o dwa dni dłuższy niż czas wykonania tej samej części pracy przez drugiego. Jak należy sprawiedliwie podzielić między robotników kwotę 600 złotych przeznaczoną na wypłatę za wykonanie tej pracy? Oblicz w jakim czasie każdy z robotników może samodzielnie wykonać tę pracę.

#### Zadanie 5.

Roczny procent przyrostu zysku zakładu z produkcji w pierwszym roku był równy  $p_1\%$ , a w drugim  $p_2\%$ . Wyznacz  $p_3\%$  wzrostu zysku z produkcji w trzecim roku tak, aby średni przyrost roczny zysku w ciągu tych trzech lat był równy  $p\%$ .

# 7 KONKURS MATEMATYCZNY G A M M A

DLA KLAS PIERWSZYCH I DRUGICH

2006/2007

FINAŁ

28 lutego 2007r. godz. 10<sup>00</sup>

KLASY DRUGIE

## INSTRUKCJA

1. Za każde z 5 zadań możesz otrzymać od 0 do 10 punktów. Liczba przyznanych punktów zależy od poprawności, pomysłowości i prostoty rozwiązania, a także czytelności i estetyki.
2. Możesz używać kalkulatora, niedozwolone jest korzystanie z telefonu komórkowego.
3. Czytaj uważnie wszystkie zadania. Nie śpiesz się.
4. Na rozwiązanie zadań masz 120 minut.

*Powodzenia*

### Zadanie 1.

Przekątna  $A_1C$  prostopadłościanu  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  tworzy z jego krawędziami  $CC_1$ ,  $CD$ ,  $CB$  kąty odpowiednio równe  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Oblicz sumę  $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma$ .

### Zadanie 2.

Zakłady w miejscowościach A i B, oddalonych od siebie o 180 km, wytwarzają ten sam produkt w jednakowej cenie fabrycznej 5000 zł. Każdy z zakładów pobiera inną opłatę za transport: w zakładzie A dwa złote, a w zakładzie B jeden złoty za kilometr. Podziel teren wokół zakładów na takie dwa obszary, aby odbiorcom znajdującym się na jednym obszarze korzystniej było dokonywać zakupów w miejscowości A, a odbiorcom z drugiego obszaru w miejscowości B.

### Zadanie 3.

Ogłoszono następujące warunki biegu: zawodnicy wybiegają z punktu A (teren jest równy, nie ma żadnych ścieżek), dobiegają do dowolnego punktu K szosy biegnącej wzdłuż linii prostej  $p$  i biegną do punktu B znajdującego się po tej samej stronie co punkt A. Zawodnik, który pobiegnie najkrótszą trasą wygra zawody. Wskaż drogę, jaką wybrał zwycięzca, znający geometrię.

### Zadanie 4.

Z naczynia wypełnionego 96-procentowym roztworem kwasu odlano 2,5 litra i dopełniono naczynie roztworem 80-procentowym, a następnie jeszcze raz odlano 2,5 litra i dopełniono naczynie roztworem 80-procentowym. W wyniku tych czynności otrzymano roztwór o stężeniu 89-procentowym. Oblicz pojemność naczynia.

### Zadanie 5.

W kwadracie ABCD poprowadzono dwa okręgi o środkach w wierzchołkach A i B i promieniu równym bokowi kwadratu. Okręgi te podzieliły kwadrat na cztery obszary. Oblicz pola i obwody tych obszarów, jeśli długość boku kwadratu jest równa 5 cm.