

8 KONKURS MATEMATYCZNY GAMMA

DLA KLAS PIERWSZYCH I DRUGICH

2007/2008

ETAP I – zadania konkursowe

Zadanie 1.

Dwaj samochodziarze wyruszyli jednocześnie z miejscowości Kurkowo do miejscowości Grabowo. Obydwaj jechali tą samą trasą, ale z różnymi, chociaż stałymi średnimi prędkościami, które wyrażają się liczbami naturalnymi. Różnica prędkości samochodów jest liczbą pierwszą. Odległość między Kurkowem oraz Grabowem wynosi 100 km. Po dwóch godzinach jazdy odległość mniej szybkiego samochodu od Kurkowa była pięć razy większa od odległości bardziej szybkiego samochodu od Grabowa. Z jaką średnią prędkością jechali samochodziarze?

Zadanie 2.

We wsi Lichota w powiecie krzyworyjskim do wyborów stanęło trzech kandydatów: Jan zwany Sprawiedliwym, Wojciech zwany Mądrym i Szymon zwany Pięknym. Zwolennicy Jana byli bardzo zdyscyplinowani i wszyscy wzięli udział w głosowaniu. Wybory wygrał Jan, osiągając wynik 50% oddanych głosów, zaś frekwencja wyborcza wyniosła 30% uprawnionych do głosowania. Jaki byłby wynik Jana, gdyby frekwencja wyniosła 50%? A gdyby wyniosła 70%?

Zadanie 3.

Jaką resztę otrzymamy, jeżeli 3 podniesiemy do potęgi 12 345 678 i następnie podzielimy przez 7?

Zadanie 4.

Robotnicy na budowie kopią dziurę, która ma dwa metry długości, dwa metry szerokości i dwa metry głębokości. Sześciu robotników potrzebuje na wykonanie tego zadania trzech godzin. Ile czasu potrzebuje trzech robotników, aby wykopać dziurę, która będzie dwa razy dłuższa, dwa razy szersza i dwa razy głębsza?

Zadanie 5.

Na egzaminie urzędniczym w Londynie była do rozwiązania następująca łamigłówka:

- 1) Nazwiska maszynisty kolejowego, konduktora i palacza w lokomotywie – nie w odpowiednim porządku- brzmią: Kowalski, Piotrkowski, Zawadzki.
- 2) Nazwiska pasażerów były: dr Kowalski, dr Piotrkowski, dr Zawadzki.
- 3) Dr Kowalski mieszka w Warszawie.
- 4) Konduktor mieszka w połowie drogi między Warszawą a Poznaniem.
- 5) Pasażer, noszący to samo nazwisko, co konduktor, mieszka w Poznaniu.
- 6) Dr Piotrkowski zarabia miesięcznie 12 500 zł.

- 7) Pasażer, który mieszka w najbliższym sąsiedztwie konduktora zarabia dokładnie trzy razy więcej niż konduktor.
- 8) Zawadzki wygrał z palaczem partię bilardu.

Jak nazywa się maszynista?

Zadanie 6.

Wewnątrz trójkąta równobocznego ABC znajduje się punkt O . Prosta przechodząca przez punkt O i środek ciężkości G tego trójkąta przecina jego boki lub ich przedłużenia odpowiednio w punktach D , E i F . Wykaż, że

$$\frac{DO}{DG} + \frac{EO}{EG} + \frac{FO}{FG} = 3.$$

Zadanie 7.

Tarcza do rzucania strzałkami składa się z czterech obszarów: środek ma wartość 11 punktów, a koncentryczne kręgi wokół niego mają wartości odpowiednio 7; 3 i 2 punkty. Pewnego dnia Artur, Blanka, Czesia i Dorian rzucali strzałkami do tarczy. Po sześciu rzutach wszyscy mieli tyle samo punktów, mimo iż każde z nich osiągnęło ten wynik w inny sposób. Artur miał najwięcej trafień w środek tarczy, Dorian trafiał konsekwentnie zawsze w to samo pole, a Blanka w każdym z trafionych przez siebie pól miała po tyle samo strzałek. Jaki był ich (wspólny) wynik i w jaki sposób każde z graczy go osiągnęło?

Zadanie 8.

Udowodnij, że $\sqrt[3]{6 + \sqrt[3]{6 + \sqrt[3]{6 + \dots + \sqrt[3]{6}}} + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{6}}} < 5$.

Zadanie 9.

Stwierdzono, że przeciętna dzienna liczba rozmów telefonicznych między dwoma miastami jest wprost proporcjonalna do iloczynu ich populacji i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości między nimi. Miasta Adamowo i Borków są odległe o 40 km i liczą odpowiednio 10000 i 5000 mieszkańców. Dziennie wykonuje się między nimi ok. 2000 rozmów. Ustal przybliżoną liczbę rozmów między miastami Cieślin i Dorszyn liczącymi po 15000 mieszkańców i odległymi o 160 km.

Zadanie 10.

Nad środkiem kwadratowego stołu o boku długości 2 m jest zawieszona na wysokości 0,5 m świecąca żarówka. Natężenie oświetlenia środka stołu zmienia się po zawieszeniu tej samej żarówki na tej samej wysokości, lecz nad narożem stołu. Oblicz stosunek natężenia oświetlenia środka stołu w obu przypadkach (natężenie oświetlenia jest wprost proporcjonalne do wartości cosinusa kąta padania światła i odwrotnie proporcjonalne do kwadratu odległości od źródła światła).

Rozwiązania dowolnej liczby zadań (każde na oddzielnej, podpisanej kartce) wraz ze zgłoszeniem należy przysłać do 23 listopada 2007r. na adres: III Liceum Ogólnokształcące, ul. Łukasiewicza 11, 09-400 Płock z dopiskiem na kopercie: Konkurs Matematyczny GAMMA