10 KONKURS MATEMATYCZNY

GAMMA

DLA KLAS
PIERWSZYCH I DRUGICH
2009/2010

ETAP I – zadania konkursowe

Zadanie 1. Basen był napełniany wodą płynącą z dwóch rur o średnicach długości odpowiednio 30 cm i 20 cm. Po modernizacji basenu woda dopływa do niego tylko z jednej rury o średnicy długości 38 cm. Oceń, czy czas napełnienia wodą basenu po modernizacji zmaleje.

Zadanie 2. Naczynie blaszane ma kształt walca zakończonego u góry stożkiem ściętym. Średnica podstawy walca ma długość 35 cm, a wysokość walca długość 45 cm. Kąt nachylenia tworzącej stożka do płaszczyzny podstawy ma miarę 45°. Oblicz, ile litrów wody można wlać do tego naczynia.

Zadanie 3. Wyłowiona ameba traciła 10% swojej masy w ciągu każdej kolejnej godziny. W trakcie której godziny masa ameby zmalała co najmniej dwukrotnie?

Zadanie 4. Wartość pewnego wskaźnika giełdowego $Z(t)$, gdzie t oznacza czas wyrażony w dniach, ustala się codziennie na giełdzie w zależności od aktualnego kursu marki niemieckiej $M(t)$, dolara amerykańskiego $D(t)$, franka francuskiego $F(t)$ i funta brytyjskiego $B(t)$ według wzoru $Z(t)=0{,}8\cdot M(t)+0{,}3\cdot D(t)+0{,}1\cdot F(t)+0{,}2\cdot B(t)$. Z prognozy maklera giełdowego w nadchodzących dwóch tygodniach kursy walut będą zmieniać się według wzorów:

$$M(t)=1{,}92+0{,}01t-0{,}002t^2,$$

$$D(t)=3{,}42-0{,}02t+0{,}003t^2,$$

$$F(t)=0{,}51-0{,}02t-0{,}012t^2,$$

$$B(t)=5{,}84-0{,}01t-0{,}001t^2.$$

Którego dnia, w ciągu dwóch najbliższych tygodni funkcja Z osiągnie wartość najmniejszą, a którego dnia największą? Podaj te wartości.

Zadanie 5. $\frac{1}{3}$ półki księgarskiej zajmują książki o grubości 15 mm, kolejną $\frac{1}{3}$ część tej półki- książki o grubości 12 mm, a pozostałą część tej półki zajmują książki o grubości 18 mm. Wszystkie stojące na tej półce książki są różne. Olek czyta jedną książkę dziennie. Przeczytanie wszystkich książek z tej półki zajęło mu niecałe dwa miesiące. Ile książek stoi na tej półce?

Zadanie 6. Wiadomo, że

$a+b+c=7$ i $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=\frac{7}{10}$. Oblicz $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$.

Zadanie 7. Zadanie Eulera. Dwie gospodynie przyniosły na targ 100 jajek. Jedna z nich miała więcej jajek niż druga, lecz obie utargowały jednakową ilość pieniędzy. Pierwsza gospodyni powiedziała do drugiej: „Gdybym ja sprzedała twoje jajka, dostałabym za nie 15 gr”. Druga powiedziała do pierwszej: „Gdybym ja sprzedała twoje jajka, dostałabym za nie $6\frac{2}{3}$ gr”. Ile jajek miała każda gospodyni?

Zadanie 8. Wiek pewnego obywatela w roku 1887 równał się sumie cyfr roku jego urodzenia. Ile on miał lat?

Zadanie 9. Dwa jadące naprzeciw siebie pociągi- osobowy, jadący ze stacji A do B, oraz pospieszny jadący ze stacji B do A- zostały zatrzymane na stacji C na 2 godziny; stacja C leży między stacjami A i B. Przez zwiększenie prędkości obu pociągów o 25% ich prędkości pierwotnych, pociąg pospieszny zmniejszył spóźnienie o 1h 36 min, a pociąg osobowy o 48 min. Obliczyć pierwotne prędkości obu pociągów i odległość stacji C od A, jeżeli wiemy, że prędkość pociągu pospiesznego była o 20 km/h większa od prędkości pociągu osobowego, a odległość z A do B wynosi 360 km.

Zadanie 10. Wykazać, że jeżeli a,b,c>0, to
$(a+b)(b+c)(c+a)\geq 8abc$

---

*Rozwiązania dowolnej liczby zadań (każde na oddzielnej, podpisanej kartce) wraz ze zgłoszeniem należy przysłać do **27 listopada 2009r**. na adres: III Liceum Ogólnokształcące, ul. Łukasiewicza 11, 09-400 Płock z dopiskiem na kopercie: Konkurs Matematyczny GAMMA*