

11 KONKURS MATEMATYCZNY GAMMA

2010/2011

ETAP I – zadania konkursowe

kategoria GM – dla uczniów klas II-III gimnazjum

Zadanie 1. Dwóch członków klubu kolarskiego, panowie A i B, wybrało się na wycieczkę tą samą trasą do pewnej miejscowości, odległej o 672 km. Pan B wybrał się na wycieczkę na zwykłym rowerze i jechał 40 km dziennie, pan A na motorowerze i jechał 56 km dziennie. Któregoś dnia klub wysłał jednocześnie do obu wycieczkowiczów telegram, wzywając ich do natychmiastowego powrotu. Obaj zastosowali się do polecenia klubu. Okazało się, że do zamierzonego celu wycieczki panu B pozostała do przebycia droga trzy razy dłuższa niż panu A. Ile dni panowie A i B jechali oraz ile km każdemu z nich pozostało do miejscowości, do której mieli dojechać?

Zadanie 2. Podczas wycieczki jeden z jej uczestników kupił gąsior wina o pojemności 8 kwart. Kupione wino trzeba było podzielić na połowy. Jak należało dokonać tego podziału, jeśli w zajeździe były tylko dwa naczynia- jedno o pojemności 5 kwart, a drugie o pojemności 3 kwart. Ile razy trzeba było przelewać wino z naczynia do naczynia?

Zadanie 3. Podczas przeprowadzania doświadczenia wahadło A wykonuje 12 pełnych ruchów w czasie 52 sekund, a wahadło B - 12 ruchów w czasie 60 sekund. Ile ruchów wykona wahadło B w czasie, w którym wahadło A wykonana 15 ruchów?

Zadanie 4. Śmietanka stanowi 12,5% wagi mleka, a masło 20% śmietanki, Ile trzeba przetworzyć kg mleka, aby otrzymać 24 kg masła?

Zadanie 5. Oblicz:

$$1996 \cdot 199719971997 - 1997 \cdot 199619961996.$$

Zadanie 6. Basen opróżnia się przez otwór w dnie w ciągu 4h. Jeden z dwóch kranów napełnia basen w ciągu 1h, a drugi w ciągu 2h. Otwieramy obydwie krany i otwór w dnie. Oblicz, w jakim czasie napełnimy basen.

Zadanie 7. Liczby a,b,c są dodatnie i spełniają układ równań:

$$\begin{cases} \frac{c}{a+b} = 2 \\ \frac{c}{b-a} = 3 \end{cases}$$

Uporządkuj liczby a,b,c według wielkości.

Zadanie 8. „Babciu, ile lat ma twój wnuk?”- „Mój wnuk ma tyle miesięcy, ile ja mam lat, a razem mamy 65 lat”. Ile lat ma wnuk?

Zadanie 9. Rozstrzygnij, czy istnieją różne od zera liczby całkowite a,b,c,d spełniające warunek $24^a \cdot 25^b \cdot 27^c \cdot 30^d = 1$

Zadanie 10. Wykaż, że dla dowolnych dodatnich liczb a i b zachodzi: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

Rozwiązania dowolnej liczby zadań (każde na oddzielnej, podpisanej kartce) wraz ze zgłoszeniem należy przysłać do 27 listopada 2010r. na adres: Zespół Szkół Nr 3, ul. Łukasiewicza 11, 09-400 Płock z dopiskiem na kopercie: Konkurs Matematyczny GAMMA

11 KONKURS MATEMATYCZNY GAMMA

2010/2011

ETAP I – zadania konkursowe

Kategoria L1 i L2 – dla uczniów klas I-II szkoły ponadgimnazjalnej

Zadanie 1. Kazik zajrzał do swojej książeczki oszczędnościowej, zmarszczył czoło i powiedział:

- Hm, mniej niż 50 zł. Zlikwiduję tę książeczkę, a od pierwszego najbliższego miesiąca założę nową, może będzie szczęśliwsza.

Co powiedział to wykonał. Natychmiast poszedł do PKO i zlikwidował swój wkład. Gdy kasjer wręczał mu pieniądze, Kazik nawet nie spojrzął i otrzymaną sumę włożył do pustej kieszeni. Po wyjściu z PKO wsiadł do tramwaju, ale gdy zapłacił 50 gr za bilet, przeliczył posiadana kwotę. Po przeliczeniu pieniędzy ze zdumieniem stwierdził, że jeszcze teraz po zapłaceniu za bilet, ma dwa razy więcej niż było zapisane w książeczce.

-Kasjer pomylił się. Był pewnie bardzo roztargniony. Trzeba mu zwrócić to co nadpłacił.- Z tym postanowieniem Kazik natychmiast wysiadł z tramwaju i wrócił do PKO. Kasjer podziękował uczciwemu chłopcu i wytłumaczył, że przez pomyłkę wypłacił mu tyle złotych, ile na książeczce miał groszy, a tyle groszy ile miał złotych. Ile złotych i ile groszy miał na książeczce Kazik?

Zadanie 2. Trzej gospodarze: Kasper, Melchior i Baltazar posłali swoim synom: Jaškowi, Piotrowi i Rochowi, którzy studiowali w Warszawie, do sprzedania pewną ilość kilogramów miodu. Liczby kilogramów miodu posłanych przez ojców miały się do siebie jak 1:2:3. Synowie sprzedali miód znajomemu sklepikarzowi, biorąc każdy tyle samo za 1 kg miodu. Z racji otrzymania gotówki chłopcy poszli do kawiarni. Za wypita kawę i ciastka chłopcy zapłacili razem tyle, ile sklepikarz zapłacił im za 1 kg miodu, przy czym proporcjonalnie do otrzymanej przez każdego z nich kwoty za miód. Wiadomo, że Piotr zapłacił w kawiarni 10 zł, że Jasek dostał za swój miód 480 zł, i że Baltazar otrzymał od swojego syna za miód 690 zł, a Melchior wysłał swemu synowi 8 kg miodu. Kto był czym synem?

Zadanie 3. Dwóch robotników pracujących razem wykonało pracę w ciągu 6 dni. Pracodawca wie, że czas wykonani 40% całej pracy przez pierwszego robotnika jest o 2 dni dłuższy niż czas wykonania tej samej pracy przez drugiego. Jak należy sprawiedliwie podzielić między robotników kwotę 600 zł przeznaczoną na wypłatę za wykonanie pracy? Oblicz, w jakim czasie każdy z robotników może samodzielnie wykonać tę pracę.

Zadanie 4. W przekładni pasowej otwartej dwa koła pasowe o różnych promieniach: $R=16$ cm i $r = 10$ cm, połączone są pasem klinowym. Środki kół są odległe od siebie o 60 cm. Oblicz długość L pasa klinowego.

Zadanie 5. Towarzystwo lotnicze wyczarterowuje 60-miejscowe samoloty grupom liczącym, co najmniej 45 osób. Jeżeli leci 45 osób, to każda z nich płaci za przelot 600 zł. Po zwiększeniu liczebności grupy o 1 osobę każdemu pasażerowi obniża się cenę biletu o 10 zł. Ile osób powinna liczyć grupa, aby towarzystwo lotnicze za wyczarterowanie samolotu uzyskało jak największą zapłatę?

Zadanie 6. Państwo Smith postanowili odwiedzić rodzinę w Europie. Lecieli samolotem i mieli łącznie 94 kg bagażu. Pan Smith zapłacił 1,50 dolara za nadwyżkę, a pani Smith 2 dolary. Gdyby pan Smith podróżował sam z bagażem obojga, to zapłaciłby 13,5 dolara za nadwagę. Ile kg bagażu może bezpłatnie wziąć ze sobą pasażer?

Zadanie 7. W poniższym starohinduskim wierszu należy odnaleźć i rozwiązać problem matematyczny:

„Z jeziora

Wychylił się o pół stopy

Z wieczora

Białe lotosu kwiat.

Uderzył weń wiatr zawzięty

Aż lotos ugięty,

Ucałował o dwie stopy dalej
Błysk kryształowej fali.
Wodo zdradliwa, wodo chłodna
Jak daleko do dna?"

Zadanie 8. Po okręgu o długości 80 cm poruszają się punkty A i B. Jeżeli kierunki ruchów punktów są zgodne to A wyprzedza B co 5 sekund; jeżeli natomiast są przeciwne to punkty te mijają się co 2 sekundy. Oblicz prędkość tych punktów.

Zadanie 9. Rozstrzygnij, która z liczb jest większa:

22^{55} czy 55^{22} ?

Zadanie 10. Aleksander pił kawę z pełnej filiżanki w następujący sposób: wypił trochę i zawartość filiżanki uzupełnił mlekiem, następnie znowu trochę wypił i dolał do pełna mleka, itd., przy czym za każdym razem wypijał 2 razy mniej niż poprzednio, oprócz ostatniego razu kiedy to wypił kawę do dna. Rozstrzygnij, czego Aleksander wypił więcej: kawy czy mleka?

Rozwiązania dowolnej liczby zadań (każde na oddzielnej, podpisanej kartce) wraz ze zgłoszeniem należy przysłać do 27 listopada 2010r. na adres: Zespół Szkół Nr 3, ul. Łukasiewicza 11, 09-400 Płock z dopiskiem na kopercie: Konkurs Matematyczny GAMMA