Zad. 1.

36

4/4p.

D - wiek dziadka | 80

B - wiek babci | 60

$$\begin{cases} D+B=140 \\ B-(D-B)=\frac{1}{2}D \end{cases}$$

$$\begin{cases} B+D=140 \\ B-D+B=\frac{1}{2}D \;|+D \end{cases}$$

$$\begin{cases} B+D=140 \\ 2B=\frac{3}{2}D \;|:2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B+D=140 \\ B=\frac{3}{4}D \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{4}D+D=140 \\ B=\frac{3}{4}D \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1\frac{3}{4}D=140 \;|:1\frac{3}{4} \\ B=\frac{3}{4}D \end{cases}$$

$$\begin{cases} D=80 \\ B=\frac{3}{4}D \end{cases}$$

$$\begin{cases} D=80 \\ B=\frac{3}{4}\cdot 80 \end{cases}$$

$$\begin{cases} D=80 \\ B=60 \end{cases}$$

Odp.: Dziadek ma 80 lat, babcia ma 60 lat.

Zad. 2.

$$182 \cdot \left(\frac{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{27}}{2+\frac{2}{3}+\frac{2}{27}} : \frac{4+\frac{4}{49}-\frac{4}{343}}{1+\frac{1}{49}-\frac{1}{343}} \right) \cdot \frac{80808080}{91919191} =$$

$$= 182 \cdot \left(\frac{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{27}}{2\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{27}\right)} : \frac{4\left(1+\frac{1}{49}-\frac{1}{343}\right)}{1+\frac{1}{49}-\frac{1}{343}} \right) \cdot \frac{80}{91} = 182 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \right) \cdot \frac{80}{91} = \frac{182}{1} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{80}{91} = 20$$

$$\begin{array}{r|l} 80808080 & 80 \\ -80 & 1010101 \\ \hline 080 & \\ -80 & \\ \hline 080 & \\ -80 & \\ \hline 080 & \\ -80 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 91919191 & 91 \\ -91 & 1010101 \\ \hline 091 & \\ -91 & \\ \hline 091 & \\ -91 & \\ \hline 091 & \\ -91 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

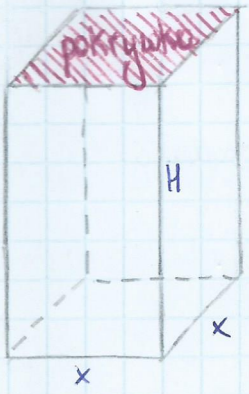
Odp.: Wynik to 20.

3/3

Zadanie 3. ∑ 4p.

W firmie produkującej kremy do ciała i starającej się o tytuł firmy ekologicznej pewien pracownik zaproponował 3 różne pojemniki na kremy:

A. prostopadłościan o podstawie kwadratu o boku 4cm i wysokości 13,5cm



$x = 4cm$

$H = 13,5cm$

$V = x^2 \cdot H$

$V = 4^2 \cdot 13,5$

$V = 16 \cdot 13,5$

$V = 216cm^3$

P_c = pole całkowite − pokrywka

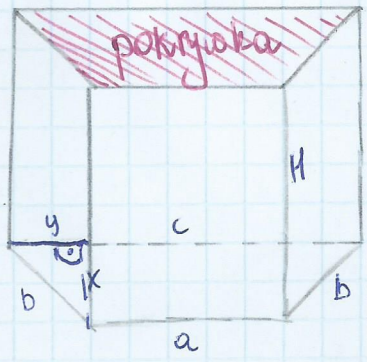
$P_c = x^2 + 4 \cdot x \cdot H$

$P_c = 4^2 + 4 \cdot 4 \cdot 13,5$

$P_c = 16 + 216$

$P_c = 232\,cm^2$

B. graniastosłup o podstawie trapezu równoramiennego o wymiarach 12×5×6×5 i wysokości graniastosłupa równej 6cm



$H = 6cm$

$a = 6cm$

$b = 5cm$

$c = 12cm$

$x^2 = 16cm$

$x = 4cm$

$y = (12cm - 6cm) : 2 = 3cm$

$x^2 = 5^2 - 3^2$

$x^2 = 25 - 9$

P_p (pole podstawy) $= \frac{1}{2}(a+b) \cdot x$

$P_p = \frac{1}{2}(12+6) \cdot 4$

$P_p = \frac{1}{2_1} \cdot 18 \cdot 4^2$

$P_p = 36cm^2$

$V = 36 \cdot 6$; $P_p \cdot H$

$V = 216cm^3$

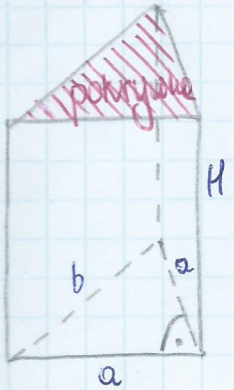
$P_c = P_p + 2 \cdot b \cdot H + aH + cH$

$P_c = 36 + 2 \cdot 5 \cdot 6 + 6 \cdot 6 +$

$+ 12 \cdot 6$

$P_c = 204\,cm^2$

C. graniastosłup o podstawie trójkąta prostokątnego równoramiennego o ramionach 6cm i wysokości 12



$H = 12cm$

$a = 6cm$

$b = (6\sqrt{2})\,cm$

$P_p = \frac{a^2}{2}$

$P_p = \frac{36}{2} = 18cm^2$

$V = P_p \cdot H$

$V = 18 \cdot 12$

$V = 216cm^3$

$P_c = P_p + 2 \cdot aH + b \cdot H$

$P_c = 18 + 2 \cdot 6 \cdot 12 + 6\sqrt{2} \cdot 12$

$P_c = 18 + 144 + 72\sqrt{2}$

$P_c = 162 + 72\sqrt{2} = 234\sqrt{2}$

$P_c \approx 263,5\,cm^2$

cd.

Zapewnić, że w pojemnikach zmieści się ta sama ilość kremu. Zapytać kierownika firmy, który pojemnik wybrać do produkcji, aby zużyć jak najmniej plastiku do produkcji (pokrywki produkuje inny producent)

Pomóż kierownictwu firmy:

1. sprawdzić, czy pracownik zaproponował pojemniki o tej samej objętości

Odp: Tak, wszystkie pojemniki mają objętość równą $216\ cm^3$.

2. wybrać pojemnik z najmniejszą ilością plastiku do produkcji

Odp: Pojemnik **B**.

Zad. 4.

cena 1 kg mandarynek -> x , $x > 0$

cena 10 kg mandarynek -> 10x , zysk => $40\% \cdot 10x = 4x$

cena 6 kg mandarynek -> 6x , zysk => $30\% \cdot 6x = 1{,}8x$

cena 4 kg mandarynek -> 4x , zysk => $20\% \cdot 4x = 0{,}8x$

zysk => $4x + 1{,}8x + 0{,}8x = 6{,}6x$

$20x - 100\%$ $\quad y > 0$

$26{,}6x - y\%$ $\quad y$ - cena z zyskiem

$y = 133\%$

Zysk: 33% (133% - 100%)

Odp.: Zarobił 33%.

4p

zad. 4.

$\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$$\sqrt{9+4\sqrt{2}} - \sqrt{9-4\sqrt{2}}$$

a^2+b^2 ← $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$ → $2ab$

$2ab = 4\sqrt{2}$

$ab = 2\sqrt{2}$

a	b	a^2+b^2
2	$\sqrt{2}$	6 −
1	$2\sqrt{2}$	9 +

$$\sqrt{(1+2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(1-2\sqrt{2})^2} = |1+2\sqrt{2}| - |1-2\sqrt{2}| =$$

$$= 1+2\sqrt{2} - (-1+2\sqrt{2}) = 1+2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2} = 2$$

[Odp. $\sqrt{9+\sqrt{32}} - \sqrt{9-\sqrt{32}} = 2$]

3 p.

zadanie 5

$4k+2$
$4k+3$ } dwie kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 4 dają reszty 2 i 3

$(4k+2)^2 + (4k+3)^2 =$

$= 16k^2 + 16k + 4 + 16k^2 + 24k + 9 =$

$= 32k^2 + 40k + 13 =$

$= 32k^2 + 40k + 8 + 5 =$

$= 8(4k^2 + 5k + 1) + 5$ //

5p

odp. Reszta z dzielenia sumy kwadratów tych liczb przez 8 jest równa 5.

(5)

x - procent spadku produkcji

maj: $18000 \cdot (100\% - x) =$

$18000 \cdot (1 - x)$

~~maj~~ czerwiec: $18000(1-x)(1-x) = 11520$

$18000(1-x)^2 = 11520$

zał: $x < 1$

§1

$18000(1-x)^2 = 11520$

$18000(x^2 - 2x + 1) = 11520$

$18000x^2 - 36000x + 18000 - 11520 = 0$

$18000x^2 - 36000x + 6480 = 0$

$25x^2 - 50x + 9 = 0$

$\Delta = 2500 - 4 \cdot 9 \cdot 25 = 2500 - 900 =$

$= 1600 = 40^2$

$x_1 = \frac{50 - 40}{50} = \frac{1}{5}$

$x_2 = \frac{50 + 40}{50} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5} \notin D$

$x = \frac{1}{5} = 20\%$

Odp: W maju produkcja spadła o 20%